

多指抓取内力的简单算法*

李家炜 胡海鹰 王滨 王捷

哈尔滨工业大学机器人研究所, 哈尔滨 150001

摘要 根据外界干扰力所引起的最大指尖力变化, 可以计算出稳定抓取所需要的最小内力. 文中对多面体的多指抓取规划问题提出一种简单算法, 可以计算抓取所需最小内力, 在保证计算精度的情况下大大减少计算量. 通过两个算例验证了该方法的有效性.

关键词 多指抓取 抓取规划 内力

为了保证多指抓取的物体不滑动, 手指对物体要施加适当的作用力. 每一个手指的作用力可以分为两部分: 内力和操作力^[1], 其中内力(internal force)是指在手指之间相互抵消, 对被操作物体不做功的部分. 内力对于保持多指抓取的稳定性具有重要作用. 除去内力之外的接触力称为操作力(manipulating force).

从感觉上似乎内力越大, 抓取越稳固, 实际上并非如此. 由于受力控制精度的限制, 手指对物体施加的力无论大小还是方向总是与期望值有一定偏差. 当摩擦较小时, 这种微小的偏差可能对物体产生很大的扰动, 在这种情况下内力越大反而稳定性越差. 一个明显的例子是用手抓取湿香皂, 用力越大越容易滑脱. 另外, 内力过大也造成机构损耗和能量的浪费. 所以, 抓取内力要在满足抓取稳定性的前提下尽可能小. 多指抓取理论研究的重要内容之一就是确定某一抓取姿态下的最小内力.

计算多指抓取的最小内力是一种约束条件下的优化问题, 常用的方法是线性或非线形规划方法. 具体来说就是选定一种目标函数(如手指力所做的功等), 计算在一定约束下(如摩擦约束等)使目标函数最小或最大的手指力. 例如 Kerr 和 Roth^[2]用线性规划方法优化抓取内力. Nakamura 等^[3]用基于 Lagrange 乘子法的非线性规划方法解决力分配

问题, 优化的结果是满足摩擦约束的最小接触力. Cheng 等^[4]采用双重压缩线性规划(compact-dual LP)方法解决线性规划的实时性问题. 总的来说, 用线性或非线形规划方法求解力分配问题需要较大的计算量.

此外还有利用旋量理论的方法, 如 Park 等^[5]提出一种三指手的指尖力计算方法. 在任务规划阶段计算优化的指尖力, 在操作物体的过程中通过旋量理论计算对应于新的物体位形的内力.

Hor 等^[6]提出一种计算多指抓取内力的简化方法: 在一定外界干扰力作用下, 每个手指尖与物体的接触点都会发生弹性形变, 从而改变了指尖力. 根据指尖力的改变与外界干扰力之间的关系, 可以计算出外界干扰力所引起的最大指尖力变化, 如果抓取内力可以抵抗这种最大的指尖力变化, 就可以保证多指抓取的稳定性. 因此, 通过计算外界干扰力所引起的最大指尖力变化就可以确定稳定抓取所需的最小内力. 具体方法是计算以各种方向作用于物体各点的外力所引起的指尖力变化, 取其中的最大指尖力变化计算不致引起手指相对物体滑动所需的初始指尖力, 此初始指尖力即是该手指的最小内力.

本文对文献[6]方法进行改进, 在保证同样计算精度的情况下大大减少计算量, 有利于实现实时

2004-10-29 收稿, 2004-12-13 收修改稿

* 国家自然科学基金(批准号: 60275032)和哈尔滨工业大学校基金(项目号: HIT2002.26)资助项目

E-mail: lijawei@hit.edu.cn

抓取规划.

1 抓取内力的计算

对于 n 个手指抓取三维物体的情况, 建立如图 1 的弹簧坐标系. 弹簧具有相同的弹性系数 k' , 手指尖与物体的接触点为 $C_i (i=1, \dots, n)$, 虚拟的弹簧一端固定在接触点, 另一端相连于点 O . 当系统达到平衡状态, 有 $f'_i = k' \cdot r_i$ 和 $\sum f'_i = 0$ 成立, 其中 f'_i 是作用于弹簧 i 的力, $r_i = OC_i$, 从而有下式成立

$$\sum r_i = 0, \quad (1)$$

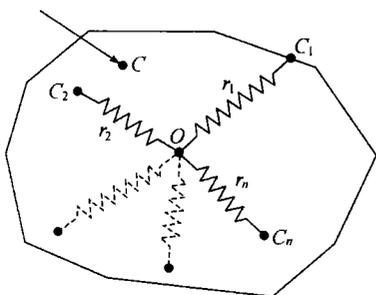


图 1 弹簧坐标系

O 点位置的选择要使系统势能最小, 可由下式计算,

$$\begin{aligned} \text{最小化: } \phi &= \frac{1}{2} k' \sum \|r_i\|^2, \\ \text{约束条件: } O &\text{点在物体内部,} \end{aligned} \quad (2)$$

这种用虚拟弹簧描述指尖力的坐标系称为弹簧坐标系.

如果作用于物体的指尖力满足力平衡, 则上述弹簧坐标系存在, 如果抓取是力封闭的, 则 O 点在物体内部(不包括边界). 如果抓取不是力平衡的, 则弹簧坐标系不存在.

考虑一个持续的外界干扰力 F 作用于物体上的 C 点. 外力 F 将引起物体的运动, 并使手指尖产生变形. 这样指尖力也将发生变化, 形成一个新的力平衡状态. 物体的运动可以转化成沿某一通过 O' 点的轴线 ω 的旋转 θ 和平移 d . 令 C_i 表示第 i 手指与物体的接触点, r'_i 表示 $O'C_i$, $\Delta r'_i$ 表示 r'_i 的变化

(参见图 2). 这样 r'_i 在 ω 上的投影可以表示为 $(r'_i \cdot \omega)$, 垂直 ω 指向 C_i 的矢量为 $r'_i - (r'_i \cdot \omega)\omega$. 如果 θ 足够小, 用一阶近似可得,

$$\Delta r'_i = \theta \omega \times (r'_i - (\omega \cdot r'_i)\omega) = \theta \omega \times r'_i, \quad (3)$$

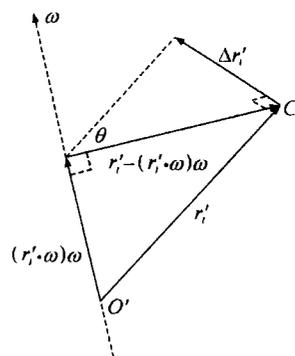


图 2 空间几何关系示意图

这样, 第 i 手指的力变化为,

$$\Delta f_i = -k(d + \Delta r'_i) = -kd - k\theta \omega \times r'_i, \quad (4)$$

其中 k 为手指的刚性矩阵.

我们可以选择旋转的轴线使它通过 O 点, 这样 (4) 式在弹簧坐标系中表示为,

$$\Delta f_i = -kd - k\theta \omega \times r_i. \quad (5)$$

当物体受到作用于 C 点的外界干扰力 F 作用, 而达到新的平衡状态, 有 $F + \sum \Delta f_i = 0$ 成立, 代入 (5) 式得,

$$F - \sum (kd - k\theta \omega \times r_i) = 0$$

由于弹簧坐标系中 $\sum r_i = 0$, 可解出 $d = F/kn$. 因此

$$\Delta f_i = -F/n - k\theta \omega \times r_i, \quad (6)$$

另外, 根据力矩平衡(相对于 O 点)有 $r \times F + \sum (r_i \times \Delta f_i) = 0$, 其中 $r = OC$. 因此,

$$\begin{aligned} r \times F &= -\sum (r_i \times (-F/n - k\theta \omega \times r_i)) \\ &= k\sum (r_i \times (\theta \omega \times r_i)), \end{aligned} \quad (7)$$

令 $\theta \omega$ 表示为 $\theta_x \omega_x + \theta_y \omega_y + \theta_z \omega_z$, 其中 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 分

别是沿 x, y, z 方向的单位向量. 令 $r_i = r_{ix}\omega_x + r_{iy}\omega_y + r_{iz}\omega_z$, $v = v_x\omega_x + v_y\omega_y + v_z\omega_z$ 表示 $r \times F$ 的单位向量. 根据(6)和(7)式可求解出由于外力 F 作用于物体 r 处引起第 i 手指指尖力的变化(推导过程参见文献[6]),

$$\Delta f_i = -\frac{F}{n} \frac{\|r\| \|F\| \sin\alpha}{D} ((r_{iz}D_y - r_{iy}D_z)\omega_x + (r_{ix}D_z - r_{iz}D_x)\omega_y + (r_{iy}D_x - r_{ix}D_y)\omega_z), \quad (8)$$

其中 $D_x = \begin{bmatrix} v_x & \tau_{12} & \tau_{13} \\ v_y & \tau_{22} & \tau_{23} \\ v_z & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}$, $D_y = \begin{bmatrix} \tau_{11} & v_x & \tau_{13} \\ \tau_{21} & v_y & \tau_{23} \\ \tau_{31} & v_z & \tau_{33} \end{bmatrix}$,

$D_z = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & v_x \\ \tau_{21} & \tau_{22} & v_y \\ \tau_{31} & \tau_{32} & v_z \end{bmatrix}$, $D_x = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}$, $D_y = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}$ =

$$\begin{bmatrix} \Sigma(r_{iy} + r_{iz})^2 & -\Sigma r_{ix}r_{iy} & -\Sigma r_{ix}r_{iz} \\ -\Sigma r_{iy}r_{ix} & \Sigma(r_{iz} + r_{ix})^2 & -\Sigma r_{iy}r_{iz} \\ -\Sigma r_{iz}r_{ix} & -\Sigma r_{iz}r_{iy} & \Sigma(r_{ix} + r_{iy})^2 \end{bmatrix},$$

α 表示 r 和 F 之间的夹角.

2 改进的计算方法

为了计算在一定干扰力作用下所需要的最小内力, 我们需要按(8)式计算当干扰力作用在任意方向和任意位置时指尖力的变化, 取其中最大的指尖力变化用于计算最小内力. 设其中第 i 接触点的最大指尖力变化为 $\Delta f_{i\max}$. 如果此手指的操作力 F_i 满足 $F_i + \Delta f_{i\max}$ 位于摩擦锥内部, 则无论干扰力 F 作用在物体表面的任何位置, 手指 i 都不会相对物体滑动. 以 F_i 作为第 i 手指的最小内力, 这样只要实际干扰力不超过给定值, 都可以保证抓取的稳定性.

然而, 这种方法需要对作用于任意位置、任意方向的干扰力进行计算, 计算量很大而难以满足实时性. 以平面内物体的抓取内力计算为例, 如果取物体边界上的 m 个离散点, 干扰力在 360° 内离散化为 n 个方向, 则需要对(8)式计算 $m \cdot n$ 次. 而对于空间三维物体需要对(8)式计算 $m^2 \cdot n^3$ 次, 计算量非常大.

事实上, 既然我们只是要获得最大指尖力变化, 那么只需要对可能引起最大指尖力变化的干扰

力方向和作用位置进行计算, 这样计算量将减少. 一种最普遍的被抓取对象是多面体, 很多其他形状的物体在多指抓取中也可以简化为多面体. 根据多面体形状的特点, 我们发现引起最大指尖力变化的干扰力作用位置必然是在多面体的顶点上. 这样, 只需要对干扰力作用于顶点的情况进行计算, 可以极大地减少计算量. 以下将要证明发生最大指尖力变化时外界干扰力必然是作用于多面体的某一顶点.

根据(8)式, 某一接触点处指尖力的变化由外界干扰力 F 和力矩 $r \times F$ 决定, 具体地就是由 F 的方向和作用位置决定. 首先考虑平面抓取的情况, 假定当 F 作用于 C 点时在接触点 C_i 产生干扰力 Δf_i (如图3). Δf_i 在切向的分量 Δf_{ix} 决定了接触点 C_i 的最小抓取力, 因此需要找到 $|\Delta f_{ix}|$ 的最大值. 可以证明只有当 F 作用于多边形的顶点时 $|\Delta f_{ix}|$ 才能达到最大值. 比较 F 以相同方向作用于 A, B 和 C 点的情况(见图3), 由于3种情况下 F 的大小、方向均相同, 而 $r \times F$ 的方向相同, 只有 $|r \times f|$ 不同. 因此使 $|\Delta f_{ix}|$ 最大的情况必然是 F 作用于多边形的顶点. 这样, 我们只需要计算当干扰力 F 以各个方向作用于顶点的情况, 即可找到各接触点切向力的最大值.

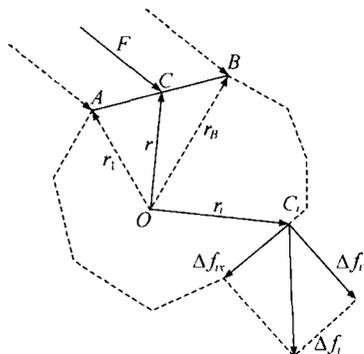


图3 平面抓取引起最大指尖力变化的作用位置

对于空间物体的抓取也有类似的结论. 假定当 F 作用于 C 点时在接触点 C_i 产生干扰力 Δf_i (如图4). 在接触点 C_i 的局部坐标系 $C_i - xyz$ 下, Δf_i 分解为切向分量 $\Delta f_{ix} + \Delta f_{iy}$ 和法向分量 Δf_{iz} 其中切向分量决定了接触点 C_i 的最小抓取力. 我们把力矩 $r \times F$ 分解为两部分, 沿 r_i 方向的分量 $(r \times F)_{r_i}$, 和

垂直 r_i 方向的分量 $(r \times F)_{\perp r_i}$. 力 F 在 $C_i - xyz$ 坐标系下分解为 F_{xy} 和 F_z . 由于 $(r \times F)_{r_i}$ 和 F_z 不影响接触点 C_i 处的切向力 $\Delta f_{ix} + \Delta f_{iy}$, 所以我们仅考虑 F_{xy} 和 $(r \times F)_{\perp r_i}$ 组成的力螺旋. 对于 F 以某一方向作用于物体表面 C 点的情况, 在 C 所在的平面内至少可以找到一条经过 C 点的直线, 如果 F 以相同方向作用于此直线上任意点, 所得到的 $(r \times F)_{\perp r_i}$ 的方向都相同, 因此必然在此直线的端点处使 C_i 处的切向力达到最大(如图4中的 A, B 点). 同样道理, 比较 F 以相同方向作用于 A, B 点与顶点的情况, 可知当 F 作用于多面体的顶点时在各接触点引起的切向力最大.

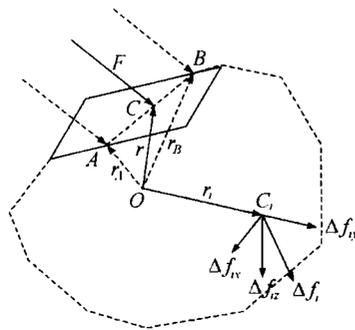


图4 空间抓取引起最大指尖力变化的作用位置

这样, 我们只需要计算当干扰力以不同方向作用于多面体顶点的情况, 就可以获得各接触点的最大切向力.

通过采用这种简易算法, 在平面抓取的情况下计算量将从 $m \cdot n$ 次减少到 $a \cdot n$ 次 (a 是顶点数目), 在空间抓取的情况下计算量将从 $m^2 \cdot n^3$ 次减少到 $a \cdot n^3$.

3 最小内力计算的例子

对两种简单几何形体的多指抓取分别用文献

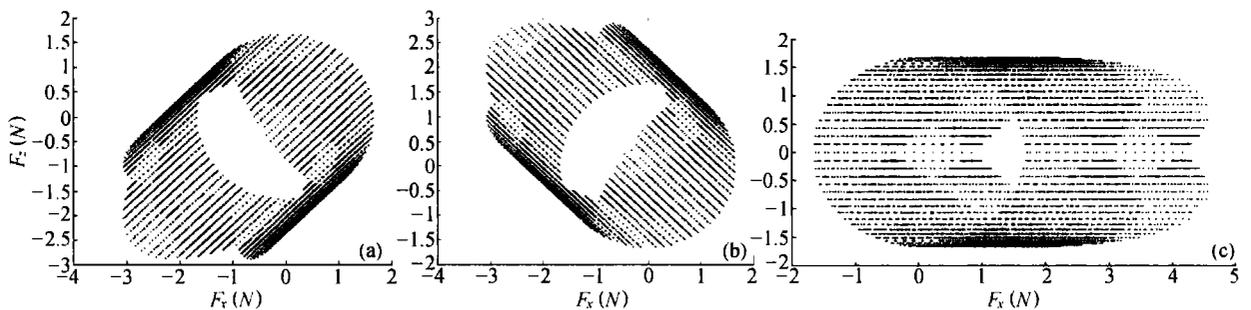


图6 文献[3]方法计算的各指尖力变化
(a) C_1 处指尖力; (b) C_2 处指尖力; (c) C_3 处指尖力

[6]方法和本文方法计算最小内力, 抓取的力封闭性按文献[7]方法证明.

3.1 平面三指抓取正方形

取正方形边长为3个长度单位, 若以正方形中心为坐标原点, 3个接触点位置为 $(-1, -1.5)$, $(1, -1.5)$ 和 $(0, 1.5)$. 可计算出虚拟弹簧坐标原点 O 在 $(0, -0.5)$ 处(如图5). 外界干扰力 F 的大小取为5个单位, 摩擦锥角度取为 10° .

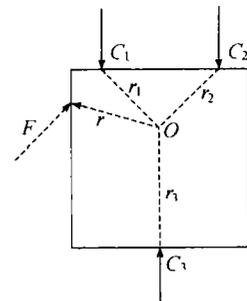


图5 三指抓取正方形

按文献[6]方法计算的干扰力 F 作用下各指尖力变化如图6所示, 而按本文方法计算的各指尖力变化如图7. 其中横坐标表示接触点处的切向力大小, 纵坐标表示法向力大小. 可以看出本文方法的结果中包含了最大指尖力变化, 但计算量大大减少.

可求得3个接触点处的局部最小内力分别为 $(0.9, -17.1)$, $(-0.9, -17.1)$, $(0.5, 25.3)$. 经过整理可得满足力平衡和摩擦约束条件的一组内力 $(0.9, -17.1)$, $(-0.9, -17.1)$, $(0.0, 34.2)$.

如果摩擦锥的角度增加为 15° , 求得三个接触点处的局部最小内力分别为 $(0.5, -11.3)$, $(-0.5, -11.3)$, $(0.0, 17.1)$. 可见, 摩擦较大的抓取所需要的抓取内力较小, 这与常识相符合.

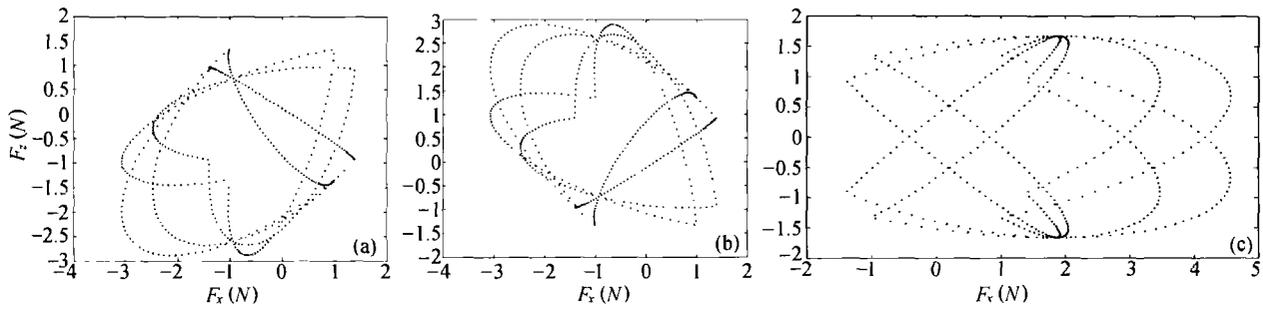


图7 本文方法计算的各指尖力变化
(a) C_1 处指尖力; (b) C_2 处指尖力; (c) C_3 处指尖力

3.2 空间三指抓取立方体

取立方体边长为4, 选择立方体左下顶点为坐标原点, 沿3条边建立直角坐标系. 3个接触点位置分别为: $(2.0, 2.0, 0.0)$, $(3.0, 2.0, 4.0)$, $(1.0, 2.0, 4.0)$, 计算可知这个抓取是力封闭的. 外界干扰力 F 的大小取为5个单位, 摩擦锥角度取为 10° . 可计算出虚拟弹簧坐标原点 O 在 $(2.0,$

$2.0, 2.667)$ 处.

按文献[6]方法计算的干扰力 F 作用下各指尖力变化如图8所示, 而按本文方法计算的各指尖力变化如图9. 图中只表示了切向力的大小, 其中横坐标和纵坐标分别表示沿切向的 $x-y$ 方向力的大小. 由于抓取的对称性, 接触点 C_3 处的切向力与 C_2 的切向力大小相等, 方向相反.

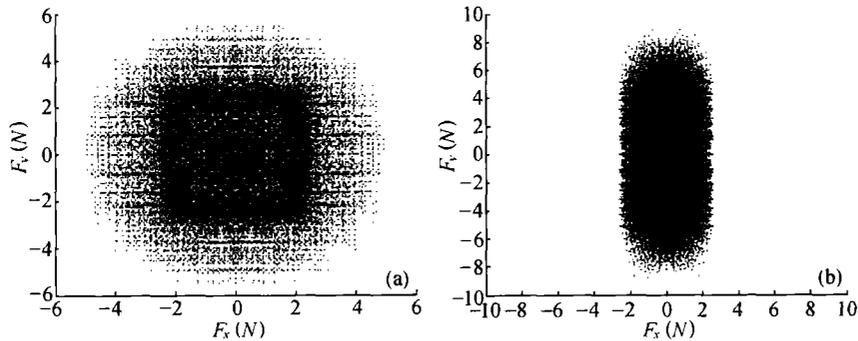


图8 文献[3]方法计算的指尖力变化
(a) C_1 处指尖力; (b) C_2 处指尖力

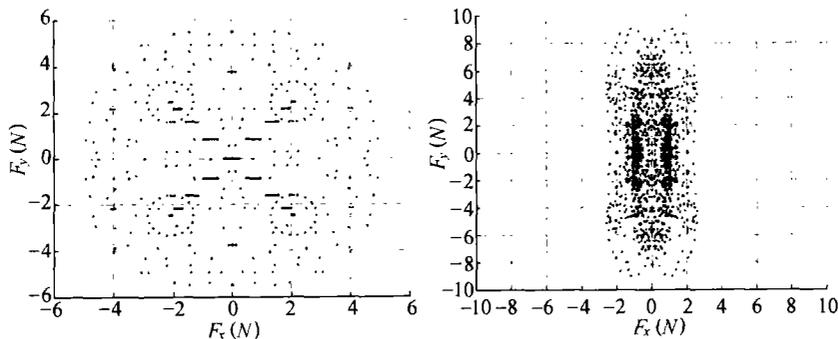


图9 本文方法计算的指尖力变化
(a) C_1 处指尖力; (b) C_2 处指尖力

根据以上计算结果,可求得3个接触点处的局部最小内力分别为 $(0, 0, 31.1)$, $(0, 0, -51.0)$, $(0, 0, -51.0)$.

本文对多面体的多指抓取规划问题提出一种最小内力的简易计算方法,在保证计算精度的情况下可大大减少计算量,因而有利于实现多指灵巧手的实时抓取规划.

参 考 文 献

- 1 Yoshikawa T, Nagai K. Manipulating and grasping forces in manipulation by multifingered robot hands. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(1): 67-77
- 2 Kerr J, Roth B. Analysis of multifingered hands. *International Journal of Robotics Research*, 1986, 4: 3-17
- 3 Nakamura Y, Nagai K, Yoshikawa T. Dynamics and stability in coordination of multiple robotic mechanisms. *International Journal of Robotics Research*, 1989, 8(2): 44-60
- 4 Cheng F, Orin D. Efficient algorithm for optimal force distribution-the Compact-Dual LP Method. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, 6(2): 178-187
- 5 Park Y, Starr G. Finger force computation for manipulation of an object by a multifingered robot hand. *IEEE Conference on Robotics and Automation*, 1989: 930-935
- 6 Hor M, Wu S. On the grasping stability and optimality under external perturbations. *Journal of Robotic Systems*, 1999, 16(9): 509-526
- 7 Li J W, Liu H, Cai H G. On computing three-finger force-closure grasps of 2D and 3D objects. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(1): 155-161

“新型分子筛的设计、合成、分子识别和催化反应研究” 重点项目取得重要进展

2005年1月24—25日,国家自然科学基金委员会化学科学部组织专家,对“新型分子筛的设计、合成、分子识别和催化反应研究”等进行了中期评估.专家认为,由复旦大学赵东元教授主持的“新型分子筛的设计、合成、分子识别和催化反应研究”项目组全面完成预定计划,研究工作取得突出进展.在项目执行的两年期间,主要研究进展如下:

(1)提出了“酸碱对”合成路线,制备了不同组成的非硅介孔材料,此研究成果论文发表在 *Nature Materials* 上(2003, 2: 159-163)并作为封面予以报道;高温合成方法研制了系列高水热稳定性的新型介孔分子筛;制备了大窗口、立方结构新型介孔分子筛 FDU-12;建立了溶剂热合成介孔分子筛的方法;利用“原位”显微技术,研究了棒状介孔氧化硅的生长过程;提出了介孔分子筛相分离形成机制;同时发现了表面羟基可以促进金属离子的迁移,从而提高了介孔孔道的填充度,获得系列金属氧化物纳米阵列.

(2)合成了超大微孔 24 元环和 16 元环亚磷酸锌分子筛;建立了 MWW 型沸石的层剥离和嵌入杂原子活性组分的新方法;提出了多级纳米沸石组装体的仿生合成概念,发展了复杂体系空间有序材料的组装方法,合成了多活性位和多孔有序集成的功能材料.

(3)发现上述分子筛材料可以用于生物蛋白传感器、固定化酶和生物分子鉴定;所制备的高比表面、大孔径的有序介孔生物活性玻璃,成骨速率高于商用生物玻璃.

(4)对新型分子筛材料在不对称合成、烯烃环氧化、乙醇与乙苯烷基化、汽车尾气处理、多元醇选择氧化等反应中的催化性能进行了广泛的研究,发现这些新型材料具有潜在的应用前景.

(供稿:杨俊林)